1-эсеп. Өтө жылмакай тегиздиктин үстүндө массасы 2 кг болгон аркан жатат. Аркандын бир учу тегиздикке мык менен кагылган. Аркандын бардык узундугу l = 80 см. Аркандын экинчи учу жылмакай тегиздиктин четинен узундугу l_1 = 50 см ге салаңдап турат.

Мыкты сууруп салган учурда, аркан тегиздиктен кандай ылдамдык менен толук жылмышып түшөөрүн аныктагыла. Аркан менен тегиздиктин ортосундагы сүрүлүүнү эске албагыла. **(8 балл)**

Чыгарылышы: Потенциалдык энергиянын нөлгө барабар деңгээли деп бүт аркандын тегиздиктен сыйгаланып түшкөн деңгээлин алабыз, б.а. тегиздиктин бетинен l = *80 см* ылдый деңгээлди. Аркан түшө баштаганда анын потенциалдык энергиясы азайып, бир бөлүгү кинетикалык энергияга айланды. Эсептин берилишинде сүрүлүүнү эске албагандыктан, механикалык энергиянын сүрүлүүгө сарпталбайт, анда

$$W_{П1} = W_{К2} + W_{П2} \qquad (1)$$

Аркандын горизонталдык бекитилген $0{,}30\,м$ узундуктагы бөлүгүнүн потенциалдык

энергиясы $$W'_{П1} = \left(m\frac{l-l_1}{l}\right)g\,l = m\,g\left(l-l_1\right)$$

Аркандын салаңдап турган бөлүгүнүн потенциалдык энергиясы $W''_{П1} = \left(m\frac{l_1}{l}\right)g\left(l-\frac{l_1}{2}\right)$

Мында $l - l_1/2$ салаңдап турган бөлүгүнүн ортосунун потенциалдык энергиянын нөлгө барабар деңгээлинен болгон бийийктиги. Аркан толугу менен тегиздиктен сыйгаланып түшкөн кездеги анын потенциалдык энергиясы $W_{П2} = mgl/2$, ал эми кинетикалык энергиясы $W_{К2} = m\upsilon^2/2$, себеби аркандык бардык бөлүкчөлөрүнүн ылдамдыгы бирдей. Буларды (1) формулага коюп төмөнкүнү алабыз

$$m\,g(l-l_1) + m\,g\frac{l_1}{l}\left(l-\frac{l_1}{2}\right) = m\,g\frac{l}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} \qquad (2)$$

Мындан ылдамдыкты туюнтабыз :

$$\upsilon = \sqrt{g\frac{l^2 - l_1^2}{l}}$$

$$\upsilon = \sqrt{9{,}8\,м/с^2 \cdot \frac{(0{,}80^2 - 0{,}50^2)м^2}{0{,}80\,м}} = 2{,}18\,м/с$$

№	**1- эсеп (8 балл)**	баллдар
1	энергиянын сакталуу закону	0,5
2	горизонталдык бөлүгүнүн потенциалдык энергиясы	1
3	Аркандын салаңдап турган бөлүгүнүн потенциалдык энергиясы	1
4	салаңдап турган бөлүгүнүн нөл дэңгээлинен бийиктиги	0,5
5	Жип толугу менен сыйгаланып түшкөн учурдагы потенциалдык жана кинетикалык энергиялар	1
6	2 формуланы чыгарып алуу	1,5

7	Аркандын ылдамдыгын туюнтуу	1,5
8	Ылдамдыкты эсептөө	1

Задача 1. На абсолютно гладкой плоскости лежит веревка массой 2 кг. Один конец веревки закреплен гвоздем на плоскости. Длина веревки l = 80 см, другой конец веревки свешивается с края абсолютно гладкой плоскости на длину l_1 = 50 см.

Определите скорость веревки в момент, когда она полностью соскользнет с плоскости, если гвоздь выдернуть. Трением веревки о плоскость пренебречь.

Решение. Примем за уровень нулевой потенциальной энергии уровень на котором будет находиться нижний конец веревки в тот момент, когда вся веревка соскользнет с плоскости, т.е. уровень на $l = 80$ *см* ниже уровня плоскости. При соскальзывании веревки ее потенциальная энергия уменьшается, превращаясь частично в кинетическую энергию. Так как по условию задачи потеря механической энергии на трение не учитывается, то

$$W_{П1} = W_{К2} + W_{П2} \qquad (1)$$

Потенциальная энергия горизонтального участка закрепленной веревки длиной $0{,}30\,м$

$$W'_{П1} = \left(m\frac{l-l_1}{l}\right)g\,l = m\,g(l-l_1)$$

Потенциальная энергия свисающей части веревки

$$W''_{П1} = \left(m\frac{l_1}{l}\right)g\left(l-\frac{l_1}{2}\right)$$

где $l - l_1/2$ – высота середины свисающей части над уровнем нулевой потенциальной энергии. Когда вся веревка соскользнет с плоскости, ее потенциальная энергия будет равна $W_{П2} = mgl/2$, а кинетическая энергия $W_{К2} = m\upsilon^2/2$, поскольку все частицы материала веревки имеют одну и ту же скорость. Подставляя все это в выражение (1), получим

$$m\,g(l-l_1) + m\,g\frac{l_1}{l}\left(l-\frac{l_1}{2}\right) = m\,g\frac{l}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} \qquad (2)$$

отсюда находим искомую величину скорости веревки:

$$\upsilon = \sqrt{g\frac{l^2 - l_1^2}{l}},$$

$$\upsilon = \sqrt{9{,}8\,м/с^2 \cdot \frac{(0{,}80^2 - 0{,}50^2)\,м^2}{0{,}80\,м}} = 2{,}18\,м/с$$

№	**Задание 1 (всего 8 баллов)**	баллы
1	Закон сохранения энергии	0,5
2	Потенциальная энергия горизонтального участка	1

3	Потенциальная энергия свисающей части веревки	1
4	Высота середины свисающей части над нулевым уровнем	0,5
5	Потенциальная и кинетическая энергии, когда вся веревка соскользнет	1
6	Вывод уравнения 2	1,5
7	Искомая скорость веревки	1,5
8	Расчет скорости	1

2- эсеп. Айнек идиш 10^0С температурада сымап менен толтурулган. Сымап куюлган колбанын температурасын 30^0С га чейин ысытканда, сымаптын 0,0625 кг бөлүгү колбадан агып түшкөн. Сымаптын көлөмдүк кеңейүү коэффициенти $\beta_1 = 1{,}8\cdot10^{-4}$ град$^{-1}$, колбаныкы $\beta_2 = 2{,}45\cdot10^{-5}$ град$^{-1}$ жана сымаптын 0^0С температурадагы тыгыздыгы $\rho_0 = 13{,}598$ г/см^3.

Колбанын 0^0С температурадагы көлөмү аныктагыла? **(10 балл)**

Чыгарылышы:

0° кезиндеги колбанын көлөмүн V_0 деп белгилейбиз. Анда t жана t_1 температуралар кезинде алар төмөнкүдөй болот: $V_t = V_0 (1+\beta_2 t)$ (1) $V_{t1} = V_0 (1+\beta_2 t_1)$ (2)

t температура кезиндеги сымаптын тыгыздыгын төмөнкү формула менен табабыз:

$$\rho = \frac{m_1 - m}{V} = \frac{m_1 - m}{V_0(1+\beta_2 t)}, \qquad (3)$$

мында m_1 – сымабы бар колбанын t температурадагы массасы; m – бош колбанын массасы.

t_1 температура кезиндеги сымаптын тыгыздыгы: $\rho_1 = \dfrac{m_2 - m}{V_0(1+\beta_2 t_1)}$, (4),

мында m_2 – сымабы бар колбанын t_1 температурадагы массасы.

Адан тышкары, сымаптын берилген температуралар кезиндеги тыгыздыктары:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+\beta_1 t}, \qquad \rho_1 = \frac{\rho_0}{1+\beta_1 t_1}, \qquad (5)$$

Анда

$$\frac{\rho_0}{1+\beta_1 t} = \frac{m_1 - m}{V_0(1+\beta_2 t)}; \qquad \frac{\rho_0}{1+\beta_1 t_1} = \frac{m_2 - m}{V_0(1+\beta_2 t_1)} \qquad (6)$$

Эки акыркы тендемеден m_1 жана m_2 ни табабыз:

$$m_1 = \frac{\rho_0 V_0 (1+\beta_2 t)}{1+\beta_1 t} + m; \qquad m_2 = \frac{\rho_0 V_0 (1+\beta_2 t_1)}{1+\beta_1 t_1} + m \qquad (7)$$

$m_1 - m_2 = \Delta m$, анда $\Delta m = \dfrac{\rho_0 V_0 [\ \beta_2 (t - t_1) + \beta_1 (t_1 - t)\ ]}{(1+\beta_1 t)(1+\beta_1 t_1)}$ (8)

$$V_0 = \frac{\Delta m (1+\beta_1 t)(1+\beta_1 t_1)}{\rho_0 (t_1 - t)(\beta_1 - \beta_2)} \qquad (9)$$

Сан маанисин коюп чыгарабыз: $V_0 = 1{,}49\cdot10^{-3}$ м^3

№	**2-эсеп (10 балл)**	баллдар
1	t жана t_1 температуралар кезинде колбанын көлөмү	1
2	t жана t_1 температуралар кезиндеги сымаптын тыгыздыктары	1
3	(4) формуланы алуу	0,5
4	(5) формуланы алуу	1
5	(6) формуланы алуу	1
6	m_1 жана m_2 ни аныктоо	2
7	Δm ди чыгаруу	1,5
8	колбанын көлөмүн туюнтуу	1
9	колбанын көлөмүн эсептеп чыгаруу	1

Задача 2. Стеклянная колба полностью заполнена ртутью при 10^0С. После нагревания колбы до 30^0С часть ртути вытекла и масса ртути уменьшилась на 0,0625 кг. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta_1 = 1{,}8\cdot10^{-4}$ град$^{-1}$, колбы $\beta_2 = 2{,}45\cdot10^{-5}$ град$^{-1}$, плотность ртути при 0^0С $\rho_0 = 13{,}598$ г/см^3.

Определите объем колбы при 0 ^{0}С.

Решение. Обозначим объем колбы при 0° через V_0. Тогда при температуре t и t_1 соответственно $V_t = V_0(1+\beta_2 t)$ (1) $V_{t1} = V_0(1+\beta_2 t_1)$ (2)

Плотность ртути при температуре t найдем по формуле

$$\rho = \frac{m_1 - m}{V} = \frac{m_1 - m}{V_0(1+\beta_2 t)}, \qquad (3)$$

где m_1 – масса ртути и колбы при температуре t; m – масса пустой колбы.

Аналогично плотность ртути при температуре t_1 $\rho_1 = \dfrac{m_2 - m}{V_0(1+\beta_2 t_1)}$, (4)

где m_2 – масса ртути и колбы при температуре t_1;

С другой стороны, плотность ртути при указанных температурах

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+\beta_1 t}, \qquad \rho_1 = \frac{\rho_0}{1+\beta_1 t_1}, \qquad (5)$$

Тогда $\dfrac{\rho_0}{1+\beta_1 t} = \dfrac{m_1 - m}{V_0(1+\beta_2 t)}$; $\dfrac{\rho_0}{1+\beta_1 t_1} = \dfrac{m_2 - m}{V_0(1+\beta_2 t_1)}$ (6)

Из двух последних уравнений находим m_1 и m_2:

$$m_1 = \frac{\rho_0 V_0 (1+\beta_2 t)}{1+\beta_1 t} + m; \qquad m_2 = \frac{\rho_0 V_0 (1+\beta_2 t_1)}{1+\beta_1 t_1} + m \quad (7)$$

Так как $m_1 - m_2 = \Delta m$, то $\Delta m = \frac{\rho_0 V_0 [\ \beta_2 (t - t_1) + \beta_1 (t_1 - t)\ ]}{(1+\beta_1 t)(1+\beta_1 t_1)}$ (8)

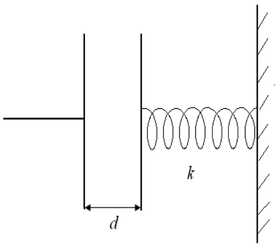
$$V_0 = \frac{\Delta m (1+\beta_1 t)(1+\beta_1 t_1)}{\rho_0 (t_1 - t)(\beta_1 - \beta_2)} \quad (9)$$

Подставив численные значения, получим: $V_0 = 1,49 \cdot 10^{-3}$ м^3

Примерные критерии оценивания задачи

№	**Задание 2 (всего 10 баллов)**	баллы
1	Объем колбы при температуре t и t_1	1
2	Плотность ртути при температуре t и t_1	1
3	Получение формулы (4)	0,5
4	Получение формул (5)	1
5	Получение формул (6)	1
6	Определение m_1 и m_2	2
7	Вывод Δm	1,5
8	Вывод объема колбы	1
9	Расчет объема колбы	1

3 - эсеп. Сүрөттө эки параллель пластинадан турган конденсатор көрсөтүлгөн. Ар бир пластинанын аянты S, алардын ортосундагы аралык d. Пластиналардын ортосундагы аралык, пластинанын өлчөмдөрүнө салыштырмалуу өтө кичине. Пластиналардын бири катуулугу k болгон пружина менен дубалга бекитилген. Экинчиси кыймылсыз бекитилген. Абанын диэлектрдик өткөрүмдүүлүгүн 1ге барабар деп эсептегиле. Качан пластиналардын ортосундагы аралык d га барабар болгондо, пружина деформацияланбайт. Бул абалда конденсатордун сыйымдуулугу $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$. Пластинага $+q$ жана $-q$ заряддарын бергенден кийин система механикалык тең салмактуулук абалга келет.



Тапкыла:

а)Ар бир пластинага аракет эткен электрдик күчтү F_E .

б) Пружинага бекитилген пластинанын жылыш аралыгын x;

в) Ошол абалдагы пластиналардын ортосундагы потенциалдардын айырмасын; Жообун q, S, d, k параметрлери аркылуу бергиле.

г) C/C_0 чоңдугун q,S,d,k функциясы сыяктуу аныктагыла. Бул жерде конденсаторлордун электр сыйымдуулугу $C=q/U$. q – пластинанын заряды U–чыңалуу.

д) Системанын чогулган толук энергиясын W. Жообун q, S, d, k параметрлери аркылуу бергиле. **(12 балл)**

Чыгарылышы: Биринчиден, бир пластина үчүн Гаусстун законун колдонуп, электр талаасынын чыңалышын жазабыз $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Заряды Q жана аянты S пластина үчүн заряддын беттик тыгыздыгы: $\sigma = \dfrac{q}{S}$

Электр талаасы эки бирдей параллель пластиналар менен түзүлөөрү белгилүү. Ар бир пластинын электр таласынын түзүлүшүнө кошкон салымы $\dfrac{1}{2}E$. Күч бул электр талаасынын чыңалышынын зарядка болгон көбөйтүндүсүнө барабар, дмек күч

$$F = \frac{1}{2}E \cdot q = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

Пружина үчүн Гуктун закону: $F_m = -kx$

Эки пластиналар ортосундагы электр талаасы үчүн : $F_e = \dfrac{q}{2\varepsilon_0 S}$

Система стабилдүү. Тең салмактуулук шарты төмөнкүдөй болот: $F_m = F_e$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 Sk}$$

Электр талаасы турактуу, демек потенциалдардын айырмасы U төмөнкү туюнтмага барабар: $U = E\,(d\text{-}x)$

Электр талаасынын чыңалышынын маанисин коюп төмөнкүнү алабыз:

$$U = \frac{qd}{\varepsilon_0 S}\left(1 - \frac{q^2}{2\varepsilon_0 Skd}\right)$$

C сыйымдуулугу заряддын потенциалдардын айырмасына болгон катышына барабар, б.а. $C = \dfrac{q}{U}$

Андан алабыз: $$\frac{C}{C_0} = \left(1 - \frac{q^2}{2\varepsilon_0 Skd}\right)^{-1}$$

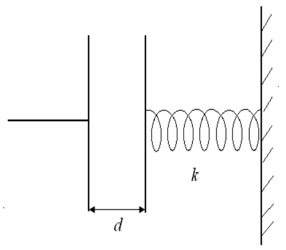
Пружина болгон үчүн анын механикалык энергиясын $U_m = \dfrac{1}{2}kx^2$, ошондой эле конденсатордун электр энергиясын $U_m = \dfrac{q^2}{2C}$ эсепке алабыз.

Ошондуктан системанын толук энергиясы: $$U = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S}\left(1 - \frac{q^2}{4\varepsilon_0 Skd}\right)$$

№	**3-эсеп (12 балл)**	баллдар
1	электростатикалык талаанын чыңалышы	0,5
2	заряддын беттик тыгыздыгы	0,5
3	бир пластинанын электр талаасынын чыңалышы	0,5

4	Күчтүн формуласы	1
5	пружина үчүн Гуктун закону	0,5
6	ар бир пластинага таасир эткен электр күчү	0,5
7	Тең салмактуулук шарты	0,5
8	пластинанын жылышуусу *x*	1
9	потенциалдардын айырмасы	0,5
10	потенциалдардын айырмасынын формуласын чыгаруу	1,5
11	Сыйымдуулуктун формуласы	0,5
12	C/C_0 алуу	2
13	Механикалык энергия	0,5
14	Электр энергиясы	0,5
15	толук энергия	1,5

Задача 3. *Рассмотрим конденсатор, состоящий из двух параллельных пластин, как показано на рисунке. Площадь каждой пластины равна* S*, расстояние между ними* d*. Расстояние между пластинами значительно меньше размеров пластин. Одна из пластин прикреплена к стенке с помощью пружины жесткостью* k*, вторая пластина закреплена неподвижно. Считайте, что диэлектрическая проницаемость воздуха равна 1. Когда расстояние между пластинами равна* d *пружина не деформирована. В этом состоянии электроемкость конденсатора равна* $C_0 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$*. Пластинам сообщают электрические заряды* $+q$ *и* $-q$*, после чего система переходит в состояние механического равновесия. Найдите:*



а) Электрическую силу F_E *действующую на каждую пластину*

б) Смещение пластины x, прикрепленной к пружине.

в) Разность потенциалов U *между пластинами в этом состоянии. Ответ выразите через параметры* q, S, d, k.

г) Величину C/C_0*, как функцию* q, S, d, k*. Если* C *– электроемкость конденсатора, равная по определению отношению заряда пластины к разности потенциалов между пластинами.*

д) Полную энергию W, запасенной системой. Ответ выразите через q, S, d, k.

Решение. В первую очередь мы используем закон Гаусса для отдельной пластины для того, чтобы получить электрическое поле $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Плотность поверхностного заряда для пластины с зарядом Q и площадью S равна $\sigma = \dfrac{q}{S}$

Отметим, что электрическое поле является результатом действия двух одинаковых параллельных пластин. Отсюда вклад каждой пластины в электрическое поле равен $\frac{1}{2}E$. Сила определяется как электрическое поле умноженное на заряд, отсюда мы имеем

Сила $F = \frac{1}{2}E \cdot q = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$ (Коэффициент ½ + конечный результат).

Закон Гука для пружины имеет вид $F_m = -kx$

Мы получили электрическое поле между двумя пластинами $F_e = \frac{q}{2\varepsilon_0 S}$

Система стабильна. Условие равновесия имеет вид $F_m = F_e \quad \Rightarrow \quad x = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 Sk}$

Электрическое поле постоянное, так что разность потенциалов U дается соотношением

$$U = E\,(d\text{-}x)$$

Подставляя значение электрического поля, получим

$$U = \frac{qd}{\varepsilon_0 S}\left(1 - \frac{q^2}{2\varepsilon_0 Skd}\right)$$

C определяется отношением заряда к разности потенциалов, т. е. $C = \frac{q}{U}$

Получим $$\frac{C}{C_0} = \left(1 - \frac{q^2}{2\varepsilon_0 Skd}\right)^{-1}$$

Отметим, что мы имеем дело как с механической энергией благодаря пружине $U_m = \frac{1}{2}kx^2$

так и с электрической энергией, заключенной в конденсаторе $U_m = \frac{q^2}{2C}$

Поэтому полная энергия, которой обладает система, равна $U = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S}\left(1 - \frac{q^2}{4\varepsilon_0 Skd}\right)$

Примерные критерии оценивания задачи

№	**Задание 3 (всего 12 баллов)**	баллы
1	Напряженность электростатического поля	0,5
2	Поверхностная плотность заряда	0,5
3	Напряженность поля одной пластины	0,5
4	Формула силы	1
5	Закон Гука для пружины	0,5
6	Электрическая сила действующая на каждую пластину	0,5
7	Условие равновесия	0,5
8	Смещение пластины x	1

9	Разность потенциалов	0,5
10	Вывод формулы разности потенциалов	1,5
11	Формула емкости	0,5
12	Вывод отношения C/C_0	2
13	Механическая энергия	0,5
14	Электрическая энергия	0,5
15	Полная энергия	1,5