

Районная олимпиада. 1 день. Решения исследовательского тура

Экспериментальное задание №1

Оборудование для всех исследовательских заданий: один электрический чайник с указанием технических характеристик, линейка и карандаш для каждого участника.

«Младший брат самовара»

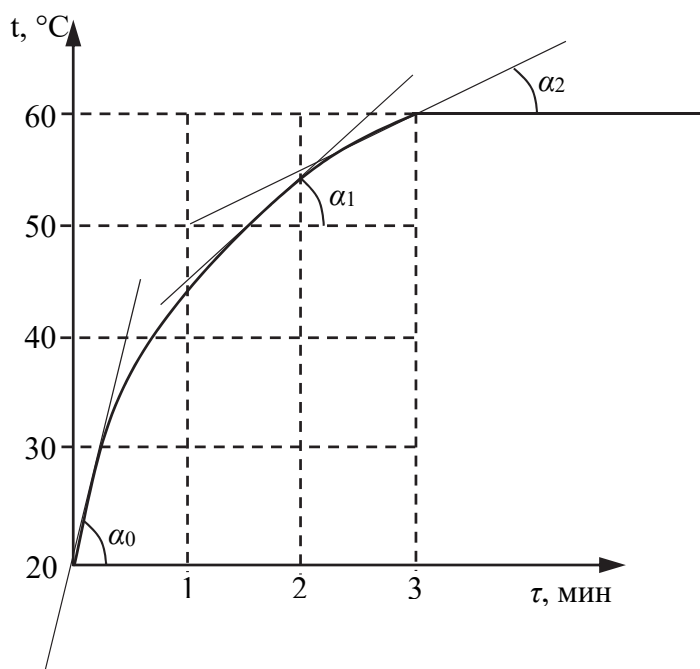
«Гость – благодать дома», говорят кыргызы. Страннику – почётную пиалку чая.

– Почему чай холодный?! – может попрекнуть муж жену, хотя чайник всего пару минут как закипел.

Итак, электрический чайник включили в розетку. Имея термометр и часы, можно легко построить график зависимости температуры воды от времени при нагревании.

Имея такой график (он представлен на рисунке ниже), оцените, через какое время вода в отключённом чайнике остынет от 60°C до 50°C ?

Какая доля потребляемой энергии уходит в окружающее пространство в области 60°C ?



Решение исследовательского задания №1

Тангенс угла наклона секущей линии, проведённой через две точки графика, к мгновенной оси времени, есть средняя скорость изменения температуры воды в чайнике.

Тангенс угла наклона касательной линии, проведённой в точках, соответствующих 20°C ($tg\alpha_0$), 50°C ($tg\alpha_1$), и 60°C ($tg\alpha_2$), к мгновенной оси времени в этих точках, показывает скорость теплопередачи в соответствующих точках

$$tg\alpha_0 = \frac{10\text{дел}}{\frac{1}{4}\text{дел}} = 40; \text{ кроме того, в области } 20^{\circ}\text{C} \text{ касательная совпадает с графиком,}$$

что означает $tg\alpha_0 = const$. Следовательно, полезная мощность нагревателя максимальна.

Т.е. на нагревание воды идёт вся мощность N_0 и температура вырастает на 10°C за $\frac{1}{4}$ мин.

$$tg\alpha_1 = \frac{10\text{дел}}{1\text{дел}} = 10 - \text{ скорость процесса в 4 раза меньше, чем вначале. Температура же на } 10^{\circ}\text{C}$$

выросла уже за 1 минуту.

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{10\text{дел}}{2\text{дел}} = 5 - \text{температура растёт ещё медленнее, т.е. на } 10^\circ\text{C} \text{ выросла за 2 минуты.}$$

Очевидно, уменьшение скорости процесса происходит за счёт потерь энергии в окружающую среду.

Сравним эти потери в соответствии с уменьшением скорости теплопередачи:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_0}{\operatorname{tg}\alpha_1} = 4$$

Т.к. в области 20°C на нагревание идёт вся мощность N_0 , то при 50°C идёт в 4 раза

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_0}{\operatorname{tg}\alpha_2} = 8$$

меньше, а при 60°C идёт в 8 раз меньше.

Отсюда можно легко подсчитать потери в окружающую среду:

$$\text{В области } 50^\circ\text{C} \quad \frac{N_0}{N_1} = 4 \Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{4}; \text{ потери } \Delta N_1 = \frac{3}{4}N_0$$

$$\text{В области } 60^\circ\text{C} \quad \frac{N_0}{N_2} = 8 \Rightarrow N_2 = \frac{N_0}{8}; \text{ потери } \Delta N_2 = N_0 - \frac{N_0}{8} = \frac{7N_0}{8}$$

При остывании: $\frac{7}{8}N_0$ обеспечат теплообмен в интервале 10°C (от 60°C до 50°C) за большее время, чем при теплообмене в интервале 10°C (от 20°C до 30°C).

Пусть мощность N_0 обеспечивает теплообмен в интервале 10°C за $\frac{1}{4}$ мин

Тогда мощность $\frac{7}{8}N_0$ обеспечивает теплообмен в интервале 10°C за τ^*

Найдём τ^* :

$$N_0 \cdot \tau^* = \frac{7}{8}N_0 \cdot 0,25 \Rightarrow \tau^* \approx 0,22 \text{ мин}$$

Критерии оценки исследовательского задания №1 (10 баллов)

Сделан качественный анализ графика – указано:

(16) –отсутствие теплообмена с окружающей средой в области от 20°C до 30°C

(16) –средняя скорость теплообмена $\frac{\Delta t^\circ}{\Delta \tau}$ и её графическая интерпретация – тангенс угла наклона секущей линии к мгновенной оси времени

(16) –мгновенная скорость теплообмена $\left(\lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \frac{\Delta t^\circ}{\Delta \tau} \right)$ и графическое воплощение в виде тангенса угла наклона касательной к мгновенной оси времени в этой точке

(26) Сделана количественная оценка скорости процесса по графику в трёх областях: 20°C , 50°C , 60°C – $\operatorname{tg}\alpha_0, \operatorname{tg}\alpha_1, \operatorname{tg}\alpha_2$

(0,56) Дана характеристика потерь мощности в окружающую среду – растут или убывают потери с ростом температуры?

(26) Сделана сравнительная оценка полезной мощности N_1 и N_2 (в сост. 50°C и 60°C) с N_0

$$\text{(в сост. } 20^\circ\text{C)} \quad \frac{\operatorname{tg}\alpha_0}{\operatorname{tg}\alpha_1} > 1; \quad \frac{\operatorname{tg}\alpha_0}{\operatorname{tg}\alpha_2} > \frac{\operatorname{tg}\alpha_0}{\operatorname{tg}\alpha_1}!$$

(0,56) Проведена количественная оценка потерь $\Delta N_1 = N_1 - N_0$ и $\Delta N_2 = N_2 - N_0$

(26) Получено числовое значение τ^* , которое должно быть меньше 1 мин

Решение исследовательского задания №2

Старый добрый электрический чайник – это массивный традиционный сосуд с длинным, изогнутым носиком и дугообразной ручкой. Он как бы дополнен электроплиткой. Его появление датируется 1885 г. Но в 1922 г. Инженеры придумали помещать металлическую спираль в воду. И вода стала закипать значительно быстрее.

Такой чайник закипал, трудно представить, через 15 минут после включения его в сеть. Длина провода спирали достигала 6 м.

а) Как следует изменить длину провода спирали, чтобы тот же чайник закипал через 10 минут после включения?

б) Оцените, какими будут относительные потери в линии электропередачи при той же мощности, получаемой чайником (потребителем) при найденном Вами изменении длины спирали чайника, если первоначальные потери мощности в линии электропередачи составляли 5% от мощности, получаемой потребителем.

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta\tau - \text{количество теплоты, пошедшее на нагревание чайника до заданной температуры;}$$

$\Delta\tau$ – время, затраченное на это

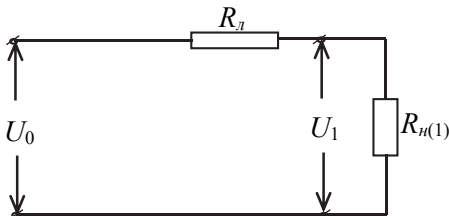
U – напряжение в сети; $U = const$ – именно поэтому выбрана эта формула закона ДЖ-Л.

Так как чайник находится в тех же условиях, что и до укорачивания провода, то $U = const$.

$$Q = \frac{U^2}{R_1} \cdot \Delta\tau_1 \text{ и } Q = \frac{U^2}{R_2} \cdot \Delta\tau_2 \Rightarrow \frac{\Delta\tau_1}{R_1} = \frac{\Delta\tau_2}{R_2}, \text{ где } \left. \begin{array}{l} R_1 = \rho \frac{l}{S} \\ R_2 = \rho \frac{l_2}{S} \end{array} \right\} l_2 = \frac{l}{1,5} = 4(\text{м})$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} = \frac{10}{15} \Rightarrow R_2 = \frac{10R_1}{15} = \frac{R_1}{1,5}$$

Проволоку нужно укоротить в 1,5 раза.



ΔN – потери мощности в линии

N – мощность, потребляемая нагрузкой (чайником)

$$\alpha = \frac{\Delta N}{N} = \frac{J^2 R_l}{J^2 R_n} - \text{относительные потери мощности}$$

$$\alpha_1 = \frac{R_l}{R_{н(1)}}$$

$$\alpha_2 = \frac{R_l}{R_{н(2)}}$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{R_{н(1)}}{R_{н(2)}} = \frac{3}{2}$$

Потери возрастут в 1,5 раза, т.е. составят 7,5%.

Уменьшение длины спирали может привести к тому, что спираль перегорит. Да, к тому же, потери в линии возросли.

Критерии оценки исследовательского задания №2 (5 баллов)

(0,56) Выполнено сравнение количества теплоты для нагревания в случаях разных параметров проводников. Отмечены при этом одинаковые условия среды и одинаковая масса воды в чайнике.

(0,56) Указано $U = const$ – сетевое напряжение.

(0,56) Сделан рациональный выбор формулировки закона Джоуля-Ленца: $Q = \frac{U^2}{R} \Delta\tau$

(0,56) Приведена формула зависимости сопротивления от параметров проводника: $R = \rho \frac{l}{S}$

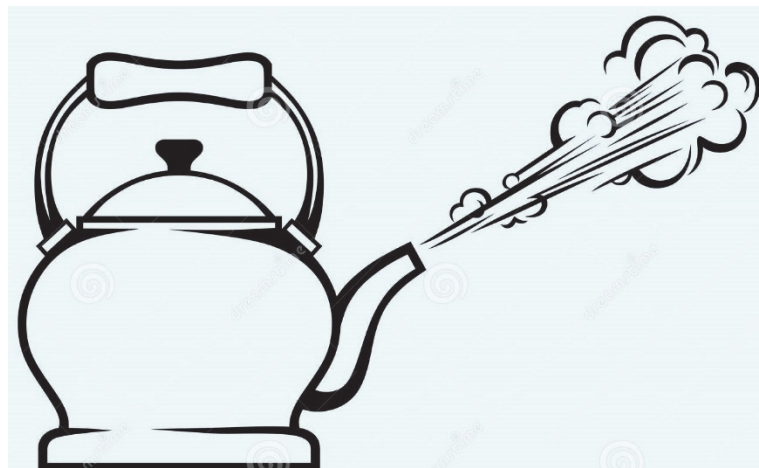
(0,56) Получена расчётная формула. Получен правильный ответ.

(16) Сделан рисунок-схема для линии электропередачи с нагрузкой. Указаны изменения в характеристиках объектов при изменении их параметров.

(16) Дана верная оценка относительных потерь в линии.

(0,56) Предложен ИКР – нужно ли укорачивать спираль?

Решение исследовательского задания №3



Температура, °С	Удельная теплота парообразования, МДж/кг	Удельная теплоёмкость воды, кДж/кгК	Плотность воды, кг/м ³
0	2,45	4,21	999,87
50	2,38	4,18	988,1
100	2,26	4,22	958,4
150	2,12	4,313	917,0
200	1,96	4,505	863,0

Сила ветра в баллах по шкале Бофорта

баллы	Словесное обозначение силы ветра	Скорость ветра, м/с	Скорость ветра, км/ч	На суше
0	Штиль	0-0,2	Менее 1	Полное отсутствие ветра. Дым поднимается вертикально, листья деревьев неподвижны.
1	Тихий	0,3-1,5	2-5	Дым слегка отклоняется от вертикального направления, листья деревьев неподвижны
2	Легкий	1,6-3,3	6-11	Ветер чувствуется лицом, листья временами слабо шелестят, флюгер начинает двигаться.
3	Слабый	3,4-5,4	12-19	Листья и тонкие ветки деревьев с листвой непрерывно колеблются, колышутся лёгкие флаги. Дым как бы слизывается с верхушки трубы (при скорости более 4 м/сек).
4	Умеренный	5,5-7,9	20-28	Ветер поднимает пыль, бумажки. Качаются тонкие ветви деревьев и без листвы. Дым перемешивается в воздухе, теряя форму. Это лучший ветер для работы обычного ветрогенератора (при диаметре ветроколеса 3-6 м).
5	Свежий	8,0-10,7	29-38	Качаются ветки и тонкие стволы деревьев, ветер чувствуется рукой. Вытягивает большие флаги. Свистит в ушах.

Любой кыргыз знает, что чай нужно нагревать до состояния “белый ключ”. Пузырьки поднимаются стремительно и их много.

А кипяченая вода считается мёртвой. Как можно установить эту опасную стадию? Об этом нас извещает струя пара из носика.

Оцените скорость струи пара, вырывающегося из носика чайника.

Вполне допустимо считать, что в установившемся процессе кипения практически вся подводимая к чайнику энергия нагревателя расходуется на нагревание воды.

а) максимальная полезная мощность нагревателя за время $\Delta\tau$ обеспечит испарение Δm воды при T_k – температуре кипения за 1 с.

Тогда за время $\Delta\tau$ испарится масса воды Δm

$N_0 \cdot \Delta\tau = L \cdot \Delta m$, где L – удельная теплота парообразования воды.

При этом (*) $\Delta m = \rho_n \cdot S \cdot v \cdot \Delta\tau$, где ρ_n – плотность насыщенного пара; S – площадь отверстия носика; v – скорость струи пара.

Значение P_n неизвестно!

Тогда $\rho_n = \frac{P_n \cdot \mu}{RT_k} \Rightarrow$ в (*) и находим

$$v = \frac{N_0 \cdot R \cdot T_k}{L \cdot S \cdot P_n \cdot \mu}; [v] = \frac{\frac{\text{Вт} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{с}}{\text{Дж}}} = \frac{\text{Вт}}{\text{Н}} = \frac{\text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$v \approx 7,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – «умеренный ветер», но всё же ветер. При нагревании мы перешли стадию «белый ключ».

Считали: $N_0 = 2 \text{ кВт}$; $S = 2 \text{ см}^2$

Критерии оценки исследовательского задания №3 (5 баллов)

(0,56) Разумно выбран момент начала наблюдения за процессом парообразования (пропущена предыдущая стадия нагревания). Т.е. $Q_{\text{парообр}} = N_0 \Delta\tau$, где $Q_{\text{пар}} = L \cdot \Delta m$

(0,56) Произведена верная оценка массы пара, выходящего из носика чайника: $\Delta m = \rho_n S v \Delta\tau$

(16) Знание того, что $P_{n,н(100^\circ\text{C})}$ равно нормальному атмосферному давлению $P_n = P_0 = 10^5 \text{ Па}$

(16) Использовано уравнение Менделеева-Клапейрана для получения плотности насыщенного пара при 100°C

(16) Получена расчётная формула и произведены действия с размерностью

(16) Получен достоверный результат, соотнесённый со скоростью ветра.

Решение исследовательского задания №4

“Сколько стоит пар?”

Оцените, какая часть удельной теплоты, парообразования воды, будет затрачена на увеличение внутренней энергии системы.

Рассмотрим сам процесс кипения, когда температура воды $T_k = 373\text{K} = \text{const}$

Согласно I закону термодинамики, подводимая теплота идёт на преодоление сил взаимодействия молекул и на работу расширения пара.

Подводимая удельная теплота парообразования $L = \Delta U + A$, где ΔU – изменение удельной внутренней энергии системы. A – удельная работа, совершаемая при изобарическом расширении пара:

$$[A] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$A = P_{n,n} \left(\frac{V_n}{m_n} - \frac{V_{жс}}{m_{жс}} \right)$$

Найдём $\frac{V_n}{m_n}$ из уравнения Менделеева-Клапейрона: $P_{n,n} \cdot V_n = \frac{m_n}{\mu} RT_k \Rightarrow \frac{V_n}{m_n} = \frac{RT_k}{\mu P_{n,n}}$

А вот найти $\frac{V_{жс}}{m_{жс}}$ – требуется смекалка:

$$\frac{V_{жс}}{m_{жс}} = \frac{V_{0,жс}}{\mu_{жс}}$$

$$V_{0,жс} = \frac{\mu_{жс}}{\rho} - \text{объём моля жидкости} \left[\frac{V_{жс}}{m_{жс}} = \frac{\cancel{\mu_{жс}}}{\cancel{\mu_{жс}} \rho} = \frac{1}{\rho} \right]$$

$$\frac{V_{жс}}{m_{жс}} = 10^{-3} \frac{\text{М}^3}{\text{кг}}; \quad \frac{V_n}{m_n} = \frac{8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}} \cdot 373\text{K}}{18 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}} \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{М}^2}} \approx 1,72 \frac{\text{М}^3}{\text{кг}}$$

$$\frac{V_{жс}}{m_{жс}} \ll \frac{V_n}{m_n} \Rightarrow L = \Delta U + P_{n,n} \cdot \frac{V_n}{m} \Leftrightarrow L = \Delta U + \frac{RT_k}{\mu}$$

Найдём какую часть ΔU составит от L :

$$\frac{\Delta U}{L} = \frac{L - A}{L} \Rightarrow \frac{\Delta U}{L} = 1 - \frac{A}{L} \Leftrightarrow \frac{\Delta U}{L} = 1 - \frac{RT_k}{\mu L}$$

$$\frac{\Delta U}{L} = 1 - \frac{8,31 \cdot 10^3 \cdot 373}{18 \cdot 2,26 \cdot 10^6} \approx 0,92 - \text{значит, на преодоление сил взаимодействия молекул при кипении воды}$$

тратится 92% подводимой теплоты.

Критерии оценки задания №4 (7 баллов)

(0,56) Произведена качественная оценка характера распределения энергии в системе

(16) Верно записан закон сохранения энергии (I начало термодинамики)

(0,56) Указан тип процесса (или подразумевается $P_{n,n} = \text{const}$)

(26) Правильно записана формула работы пара

(16) Использовано удобство работы с молярными порциями вещества

(0,56) В том случае, если это не сделано (п.5), интуитивно подмечено, что объём воды по сравнению с объёмом пара достаточно мал, чтобы им можно было пренебречь

(16) Получена расчетная формула

(0,56) Согласованы единицы измерения и получен правильный ответ. Приведены варианты улучшения ситуации (ИКР)