

**Задание 1.** Исследование характеристик гармонических колебаний.

**Цель:** выявить признаки гармонического процесса в колебаниях грузика, подвешенного с помощью нити к пружине.

**Оборудование:** штатив, весы, два груза массой  $m_1 = 100$  г каждый и пластилин. Далее: пружина, шёлковая нить, ножницы и линейка.

**Задача 1.1 (6 б)**

Груз массой  $m_1 = 100$  г совершает вертикальные гармонические колебания с некоторой амплитудой  $A$ . Когда груз  $m_1$  находился в крайнем нижнем положении с координатой  $A$ , на него положили груз, масса которого  $m_2$ . При этом вся система остановилась. Определите первоначальный период колебаний груза  $m_1$  на пружине. Секундомер отсутствует!

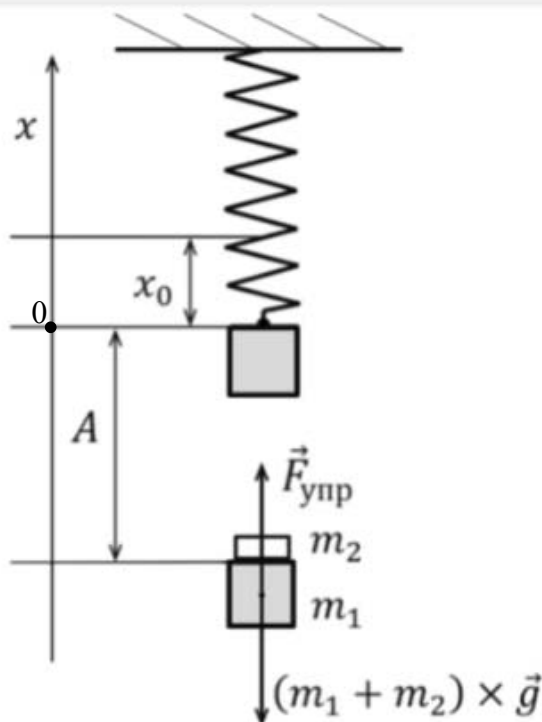
Ход работы

Подвесить груз  $m_1 = 100$  г на пружине. Теперь, необходимо задать и измерить амплитуду малых колебаний груза. Дополнительные измерений не производить! Иначе это будет считаться ошибкой.

Добавив груз  $m_2$ , используя второй груз или кусок пластилина, добиться остановки колебаний в крайнем нижнем положении. Определить массу груза  $m_2$  с помощью весов.

Этих измерений (амплитуды и  $m_2$ ) будет достаточно, чтобы найти искомую величину периода начальных колебаний груза  $m_1$ .

**Решение задачи 1.1**



Начальные колебания происходят с периодом  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$ , где  $k$  – коэффициент жёсткости пружины.

В крайнем нижнем положении скорость груза равна нулю, ускорение максимально, а координата конца пружины  $x = x_0 + A$ , где  $x_0$  – начальная деформация пружины при подвешивании груза  $m_1$ .

При остановке колебаний:  $(F_{\text{упр}})_x - (m_1 + m_2)g = 0$ , где  $|F_{\text{упр}}| = k(x_0 + A)$ ;

$$\left. \begin{aligned} kx_0 + kA - m_1g - m_2g &= 0 \\ kx_0 &= m_1g \end{aligned} \right\} \rightarrow kA = m_2g \rightarrow k = \frac{m_2g}{A}.$$

$$\text{Тогда } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 A}{m_2 g}}; [T_1] = \sqrt{\frac{M}{\frac{M}{c^2}}} = c$$

Измерения показали:  $A = 2$  см;  $m_2 = 50$  г.

$$T_1 = 6,28 \sqrt{\frac{100 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{50 \cdot 10}} \approx 0,4 \text{ (с)}.$$

### Критерии оценки решения задачи 1.1

Так как данное задание преследует цель выявить гармонический характер колебаний в заданных обстоятельствах, то следует оценивать знание динамических уравнений, которые описывают сам процесс. Задание не считается выполненным, если для нахождения жёсткости пружины будет измерена начальная деформация пружины  $x_0$ .

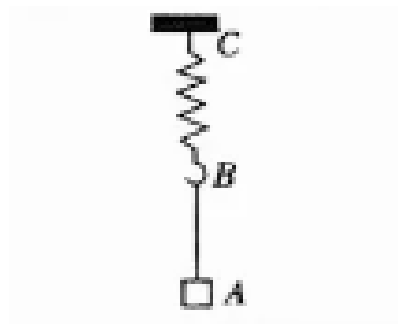
|     |                                                                                                                                                   |         |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 1.1 | Сделано грамотное оформление чертежа: наглядно отмечены величины деформаций пружины $x_0$ и $A$ , указаны все силы, сопоставлены их модули.       | (1,5 б) |
| 1.2 | Верно записана формула периода колебаний пружинного маятника.                                                                                     | (0,5 б) |
| 1.3 | Удачно выбраны два положения системы, для которых записан II закон Ньютона. Безошибочно указаны величины ускорений и скоростей в этих положениях. | (2 б)   |
| 1.4 | Обязательно положительно оценить задание достаточно малой амплитуды колебаний, так как используется формула периода малых колебаний.              | (1 б)   |
| 1.5 | Обоснованно получена расчётная формула без промежуточных вычислений и найден достоверный результат: его значение меньше одной секунды.            | (1 б)   |

### Задача 1.2 (4 б)

Подвесьте грузик  $m_1 = 100$  г к пружине с помощью нерастяжимой нити.

Определите амплитуду колебаний груза, при которой эти колебания будут гармоническими.

Сделайте вывод относительно поведения нити в ходе колебательного процесса.



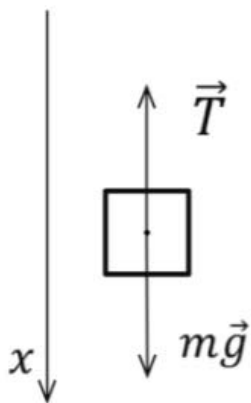
## Решение задачи 1.2

Колебания груза будут гармоническими, если его смещение будет изменяться по гармоническому закону  $x = x_0 \cos \omega t$ , где  $x_0$  – амплитуда колебаний,  $\omega$  – циклическая частота колебаний.

Скорость груза  $v_x = x' = -\omega x_0 \sin \omega t$ .

Ускорение груза  $a_x = v_x' = -\omega^2 x_0 \cos \omega t$ .

Начальное состояние при  $t_0 = 0$  – в момент наибольшего растяжения пружины.



$$x) \quad m g - T = m a_x, \text{ где } m = m_1 = 100 \text{ г}$$

$$a_x = g - \frac{T}{m}; \quad a_x \leq g$$

В крайнем верхнем положении  $a_x$  будет максимально при  $\cos \omega t = 1$

$|a_{x_{\max}}| = \omega^2 x_0$ ;  $\omega^2 x_0 \leq g \rightarrow x_0 \leq \frac{g}{\omega^2}$ , где  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow x_0 \leq \frac{gm}{k}$ , при  $k = \frac{m_2 g}{A}$  из задачи 1:  $k = 25 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$  (при  $m_2 = 50 \text{ г}$ ,  $A = 2 \text{ см}$ ) — у каждого участника «свои» значения!

$$x_0 \leq \frac{10 \cdot 0,1}{25} = 0,04 (\text{м}) = 4 \text{ см.}$$

Вывод: в процессе колебаний нить не должна сокращаться.

## Критерии оценки решения задачи 1.2

Так как эта задача завершает исследование, то характеристика пружины берётся из задачи 1.

|   |                                                                                                                                                                                                                   |       |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1 | Проявлено безукоризненное знание уравнения гармонических колебаний. Выбрана функция, соответствующая начальным условиям процесса: при $t_0=0$ , очевидно, смещение максимально, и выбрана функция $\cos \alpha$ . | (1 б) |
| 2 | Безошибочно записаны уравнения для $v_x$ и $a_x$ .                                                                                                                                                                | (1 б) |
| 3 | Правомерно использован II закон Ньютона для сравнения $a_{x_{\max}}$ с ускорением свободного падения.                                                                                                             | (1 б) |
| 4 | Получена верная расчётная формула и достоверный результат.                                                                                                                                                        | (1 б) |

## Задание 2. Исследование основ наблюдательной перспективы

### Задача 2.1 Определение разрешающей способности человеческого глаза.

Две точки изображения воспринимаются раздельно, если попадают на две разные светочувствительные клетки сетчатки. В противном случае они возбуждают лишь одну клетку. Принято говорить, что глаз не разрешает две разные точки предмета, если их изображения получаются на одном светочувствительном элементе сетчатки.

Разрешающей способностью глаза называется минимальный угол, под которым видно пятно, отличающееся человеком от точки.

**Оборудование:** линейка с делениями и мерная лента

#### Порядок выполнения работы:

Определите цену деления линейки  $C$ .

Поместите линейку перед глазами. Линейка должна быть хорошо освещена. Наблюдая одним глазом и отдаляясь от линейки, определите расстояние  $\ell$ , на котором два соседних деления перестают быть видимыми по отдельности.

Искомый минимальный угол  $\varphi_{\min}$  – минимальное угловое расстояние между точками, при котором они едва различимы глазом. Определите этот угол в радианах и угловых минутах.

#### Решение задачи 2.1

$\varphi_{\min} = C/\ell$ , где  $C = 1\text{ мм}$ ;  $\ell = 2\text{ м}$ . (У каждого это расстояние своё).  $\varphi_{\min}$  – минимальное угловое

расстояние между точками, при котором они различимы глазом. 
$$\varphi_{\min} = \frac{360^\circ \cdot 60'}{2\pi} \cdot \frac{C}{\ell}$$

Подставив значения, получим  $\varphi_{\min} = 5 \cdot 10^{-4}\text{ рад}$  и  $\varphi_{\min} = 1,72'$

## Задача 2.2

Представьте себя на дороге, уходящей вдаль. Оцените расстояние до горного массива. Именно там дорога превращается в точку. При этом Вы имели возможность измерить рулеткой ширину дороги. Она оказалась равна  $d = 2,2$  м. Помешает ли вам кривизна поверхности Земли?



Как Вы, используя результаты данного исследования и нижеприведённую таблицу, сможете доказать кому угодно, что Земля круглая?

**Таблица расстояния до горизонта (удаления горизонта) в зависимости от высоты глаз наблюдателя.**

| Высота глаз над уровнем моря |    | Расстояние до горизонта |    |
|------------------------------|----|-------------------------|----|
| 0.0                          | м  | 0.0                     | м  |
| 1.0                          | см | 370                     | м  |
| 10                           | см | 1.2                     | км |
| 20                           | см | 1.7                     | км |
| 30                           | см | 2.0                     | км |
| 40                           | см | 2.3                     | км |
| 50                           | см | 2.6                     | км |
| 60                           | см | 2.9                     | км |
| 70                           | см | 3.1                     | км |
| 80                           | см | 3.3                     | км |
| 90                           | см | 3.5                     | км |
| 1.0                          | м  | 3.7                     | км |
| 1.1                          | м  | 3.9                     | км |
| 1.2                          | м  | 4.1                     | км |
| 1.3                          | м  | 4.2                     | км |

|     |   |     |    |
|-----|---|-----|----|
| 1.4 | м | 4.4 | км |
| 1.5 | м | 4.5 | км |
| 1.6 | м | 4.7 | км |
| 1.7 | м | 4.8 | км |
| 1.8 | м | 5.0 | км |

## Решение задачи 2.2

Дорога будет казаться Вам точкой, когда угловое расстояние между крайними линиями её ширины будет равно  $\varphi_{\min}$ . Тогда

$$\varphi_{\min} = \frac{c}{\ell} = \frac{d}{L}$$

$$L = \frac{d}{c} \ell. \text{ Подставив численные значения, получим } L = 4,4 \text{ км}$$

Очевидное доказательство шарообразности Земли: чем выше вы подниметесь, тем дальше вы можете видеть. Если бы Земля была плоской, вы бы имели одинаковый обзор независимо от Вашего возвышения. Кривизна Земли ограничивает дальность нашего обзора примерно до пяти километров.

## Задача 2.3

Чтобы наглядно продемонстрировать возможности глаза при рассматривании портретных снимков, Вам предоставлены четыре фотографии с разных объективов (с фокусными расстояниями, указанными на самих снимках).

Выполнение каждой из четырёх задач должно быть аргументировано и сопровождаться аналитическими выкладками. Правильный ответ укажите буквой в таблице.

| № задачи | 2.3.1 | 2.3.2 | 2.3.3 | 2.3.4 |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| ответ    |       |       |       |       |



ФОТО 1.



ΦΟΤΟ 2.



ΦΟΤΟ 3.



ΦΟΤΟ 4.

2.3.1 Если мы желаем получить от снимка такое же зрительное впечатление, как и от самой природы, увидеть перед собой не плоскую, а рельефную картину, в которой передний план отделяется от заднего, почти как в стереоскопе, то должны рассматривать снимок

- (А) только одним глазом;
- (Б) только двумя глазами;
- (В) одним глазом под углом  $45^\circ$ ;
- (Г) двумя глазами под углом  $45^\circ$ .

2.3.2 Если мы желаем получить от снимка такое же зрительное впечатление, как и от самой природы, то мы должны рассматривать фото:

- (А) на расстоянии от глаза, равном  $D_0 = 25\text{см}$ ;
- (Б) на расстоянии от глаза, равном фокусному расстоянию объектива;
- (В) на расстоянии от глаза, равном двойному фокусному расстоянию объектива;
- (Г) на расстоянии, равном расстоянию от предмета до объектива.

2.3.3 Какую фотографию близорукий человек со средней степенью близорукости  $-3,4\text{Д}$  сможет легко увидеть без очков рельефной?

- (А) Фото 1.
- (Б) Фото 2.
- (В) Фото 3.
- (Г) Фото 4.

2.3.4 Какой из ниже приведённых снимков сможет «отодвинуть» лупа, увеличение которой равно 2,5, на достаточное расстояние, чтобы человек с нормальным зрением, не напрягая глаз, мог видеть, как одна из представленных фотографий (фото 1, фото 2, фото 3 и фото 4) приобрела рельефность и глубину?

- (А) фото 1.
- (Б) фото 2.
- (В) фото 3.
- (Г) фото 4.

### Решение задачи 2.3

| 2.3.1 | 2.3.2 | 2.3.3 | 2.3.4 |
|-------|-------|-------|-------|
| А     | Б     | Г     | Б     |

2.3.1. Фотокамера – это большой глаз. Фотоаппарат закрепляет на плёнке перспективный вид, который представился бы нашему ОДНОМУ глазу, помещённому на место объектива. Если мы желаем получить от снимка такое же впечатление, как от самой природы, то мы должны смотреть одним глазом.

Когда мы рассматриваем объёмный предмет, на сетчатках наших глаз получаются неодинаковые изображения. Наше сознание сливает их в один рельефный образ.

А если мы смотрим на плоский предмет, то оба глаза получают одинаковые впечатления. Эта одинаковость является для нашего сознания признаком плоского протяжённого предмета. Когда мы предлагаем обоим глазам снимок, предназначенный для одного, мы мешаем себе видеть то, что должна дать нам фотография.

2.3.2. Если мы желаем получить от снимка такое же зрительное впечатление, как и от самой природы, то мы должны рассматривать фото на расстоянии, которое во столько же раз меньше расстояния от предмета до объектива, во сколько раз изображение предмета меньше натуральной величины.

Искомое расстояние  $x$  находим так:  $\frac{x}{d} = \frac{H}{h}$ , где  $d$  – расстояние от предмета до объектива;  $H$  – линейные размеры изображения;  $h$  – линейные размеры предмета.

$\frac{H}{h} = \frac{f}{d}$ , где  $f$  – расстояние от объектива до изображения.

Тогда  $x = d \cdot \frac{H}{h} = d \cdot \frac{f}{d} \rightarrow x = f = F$  – достаточно резкое изображение получают в фокальной плоскости, т.е. в области пространства, которая может быть максимально резкой на фотографии.

2.3.3. Степень близорукости измеряют преломляющей силой очковой линзы, которая обеспечивает хорошее зрение, помещая фокус глаза на сетчатку. Если близорукость (миопия) корригируется линзой  $-3,4$  диоптрия ( $-3,4D$ ), то говорят, что миопия имеет степень  $3,4$ .

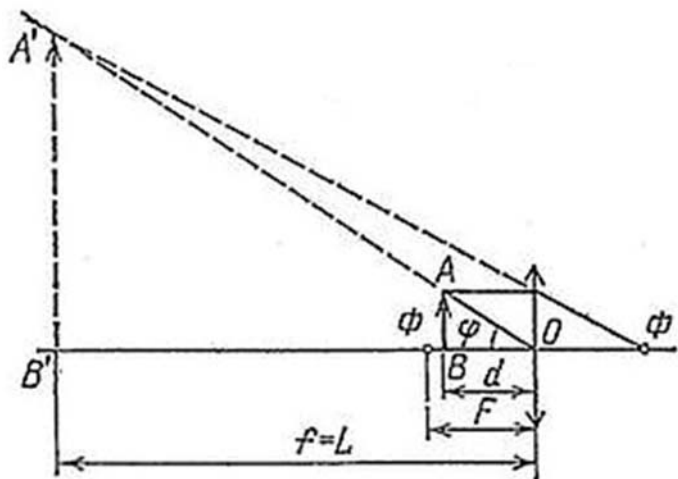
Определим расстояние наилучшего зрения для такого близорукого глаза:  $\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} = D_{\text{оч}} \rightarrow$

$\frac{1}{d} = \frac{1}{d_0} - D_{\text{оч}}$ , где  $d_0$  – расстояние наилучшего зрения для нормального глаза, а  $d$  – расстояние наилучшего зрения для близорукого глаза со степенью миопии  $3,4$ .  $d_0 = 0,25\text{м}$ .

Тогда  $d = 0,135\text{ м}$ . Значит, близорукий человек без очков будет любоваться снимком на фото с фокусным расстоянием объектива  $135\text{ мм}$ , т.е. с расстояния его наилучшего зрения.

2.3.4. Любой из предложенных снимков нормальный глаз будет видеть с расстояния наилучшего зрения плоским, а не рельефным.

Для получения эффекта «близорукого глаза» нужно как бы «отодвинуть» снимок на расстояние  $L = 25\text{ см}$ . Таким образом, глаз с помощью лупы без напряжения увидит снимок, как бы с расстояния



$d = \frac{f}{\Gamma} = \frac{L}{\Gamma}$ , где  $\Gamma = 2,5$  – увеличение лупы.

Снимок должен находиться на расстоянии  $d$  от глаза, прижатого к лупе. Это расстояние, в свою очередь, должно быть равно фокусному расстоянию объектива фотоаппарата, с которого он сделан. Лупа «отодвигает» изображение на расстояние наилучшего зрения  $L$ .

Тогда  $d = \frac{25}{2,5} = 10\text{ (см)} = 100\text{ мм}$ . Этому соответствует фото 2.

**Критерии оценки выполнения задания 2**

|     |                                                                                                                                                                                                            |         |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 1.1 | Получено достоверное значение для $\varphi_{\min}$ в радианах.                                                                                                                                             | (0,5 б) |
| 1.2 | Обосновано получено значение $\varphi_{\min}$ в угловых минутах.                                                                                                                                           | (0,5 б) |
| 2.1 | Резонно сопоставлены обе задачи для получения расстояния. Получена расчётная формула.                                                                                                                      | (1 б)   |
| 2.2 | Найден достоверный численный результат.                                                                                                                                                                    | (1 б)   |
| 2.3 | Произведено сопоставление полученного значения с данными таблицы.                                                                                                                                          | (0,5 б) |
| 2.4 | Приведено очевидное доказательство шарообразности Земли, исходя из анализа таблицы.                                                                                                                        | (0,5 б) |
| 3.1 | Произведено обоснованное сравнение оптических систем фотоаппарата и глаза (одного). Указано различие изображений на сетчатках обоих глаз.                                                                  | (0,5 б) |
| 3.2 | Должным образом определено необходимое расстояние, с которого снимки кажутся рельефными. Имеются аналитические выкладки.                                                                                   | (1,5 б) |
| 3.3 | Безошибочно определено расстояние наилучшего зрения для близорукого глаза. Имеются аналитические выкладки.                                                                                                 | (1 б)   |
| 3.4 | Сделано соответствующее построение изображения в лупе, которое позволяет наглядно продемонстрировать необходимость увеличения расстояния, с которого рассматривают снимок. Имеются аналитические выкладки. | (1 б)   |