Математика боюнча окуучулардын Республикалык олимпиадасынын райондук этабынын тапшырмаларын баалоо критерийлери

Стендге илүү үчүн жана калыстар тобу үчүн

I тур

Математика боюнча тапшырмалардын баалоо критерийлери

Математика боюнча окуучулардын олимпиадасынын райондук этабынын 1-турунун ар бир тапшырмасына:

- эгерде туура жооп берилсе – 1 упай;
- эгерде туура эмес жооп берилсе, чыгарылышы аягына чейин жазылбаса, же чыгарылышы жок болсо – 0 упай.

Маселелердин чыгарылыштары

1-маселе.

$x^4-2x^2-15=0$ теңдемесинин анык тамырларынын көбөйтүндүсү канчага барабар?

Чыгарылышы.

$$x^4-2x^2-15=0 \Leftrightarrow \left(x^2-5\right)\cdot\left(x^2+3\right)=0 \Leftrightarrow x^2-5=0,$$
$$x_1=-\sqrt{5},\ x_2=\sqrt{5},\ x_1\cdot x_2=-5.$$

Жообу: -5.

2-маселе.

Биринчи жүз жөнөкөй сандардын көбөйтүндүсү канча нөл менен аяктайт?

Чыгарылышы.

Жөнөкөй сандардын арасындагы жалгыз жуп сан – бул 2, ал эми 5ке эселүү болгон жалгыз сан – бул 5. $2\cdot5=10$. Калган көбөйтүүчүлөр жөнөкөй так сандар. Демек, көбөйтүндү бир нөл менен аяктайт.

Жообу: 1.

3-маселе.

$$2\cos^2\alpha-\frac{3}{ctg^2\alpha+1}+5\sin^2\alpha=$$

Чыгарылышы.

$$2\cos^2\alpha-\frac{3}{ctg^2\alpha+1}+5\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-\frac{3\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}+5\sin^2\alpha=$$
$$=2\cos^2\alpha-3\sin^2\alpha+5\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha=2.$$

Жообу: 2.

4-маселе.

$$\left(2,5\sqrt[3]{4\sqrt{2}}+1,5\sqrt{2\sqrt[3]{4}}\right)^{\frac{18}{17}}=$$

Чыгарылышы.

$$\left(2,5\sqrt[3]{4\sqrt{2}}+1,5\sqrt{2\sqrt[3]{4}}\right)^{\frac{18}{17}}=\left(2,5\sqrt[3]{\sqrt{2^5}}+1,5\sqrt{\sqrt[3]{2^5}}\right)^{\frac{18}{17}}=\left(2,5\sqrt[6]{2^5}+1,5\sqrt[6]{2^5}\right)^{\frac{18}{17}}=$$

$$=\left(4\sqrt[6]{2^5}\right)^{\frac{18}{17}}=\left(2^{\frac{17}{6}}\right)^{\frac{18}{17}}=2^3=8.$$

Жообу: 8.

5-маселе.

2^{2021} санын 5ке бөлгөндө, калдыгы канчага барабар болот?

Чыгарылышы.

$$2^{2021}=\left(2^4\right)^{505}\cdot 2=16^{505}\cdot 2.$$

16^{505} саны 6 менен аяктайт, демек, $16^{505}\cdot 2$ саны 2 менен аяктайт жана 5ке бөлгөндө, калдыкта 2 калат.

Жообу: 2.

6-маселе.

Эгерде 99 удаалаш бүтүн сандын арифметикалык орточосу 99га барабар болсо, анда бул сандардын эң кичинеси канчага барабар?

Чыгарылышы.

Эгерде 99 удаалаш сандын орточосу x болсо, анда бул удаалаштык төмөнкүдөй түргө ээ болот:

: $x-49,\ x-48,\ \dots,\ x-1,\ x,\ x+1,\ \dots,\ x+48,\ x+49.$

$$\frac{(x-49)+(x-48)+\dots+(x-1)+x+(x+1)+\dots+(x+48)+(x+49)}{99}=99,$$

$x=99,\ x-49=50.$

Жообу: 50.

7-маселе.

Эки натуралдык сандын квадраттарынын айырмасы 17ге барабар. Бул сандардын квадраттарынын суммасын тапкыла.

Чыгарылышы.

Эгерде бул m жана n сандары болсо, анда $m^2 - n^2 = 17$.

$$m^2 - n^2 = 17 \Leftrightarrow (m-n)\cdot(m+n) = 17,$$
$$\begin{cases} m-n=1, \\ m+n=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=9, \\ n=8 \end{cases},$$
$$m^2 + n^2 = 145.$$

Жообу: 145.

8-маселе.

Бишкектен Балыкчыга ар бир саат сайын автобустар жүрүп турат. Алардын ар бири Балыкчыда 0,5 саат турат дагы, кайра Бишкекке кайтат.

Эгерде автобус Бишкек менен Балыкчынын ортосундагы аралыкты 3 саатта басып өтсө, анда кайра Бишкекке келе жатканда ал автобуска Бишкектен Балыкчыга бара жаткан канча автобус жолугат?

Чыгарылышы.

Мисалы, автобус Бишкектен 08:00до чыкса, анда ал кайра Бишкекке 14:30да кайтып келет. Кайрылып келе жатканда ал Бишкектен саат 09:00, 10:00, 11:00, 12:00, 13:00 жана 14:00до чыккан 6 автобусту жолуктурат.

Жообу: 6.

9-маселе.

Суу музга айланганда, анын көлөмү $\frac{1}{11}$ бөлүккө көбөйөт. Муз эригенден кийин, анын көлөмү канча бөлүккө азаят?

Чыгарылышы.

Эгерде суунун 11 бөлүгү бар болсо, алар тоңгондо, көлөмү $\frac{1}{11}$ бөлүккө көбөйөт.

Бардыгы 12 бөлүк болуп калат. Муз эригенде көлөмү кайра 11 бөлүккө чейин, башкача айтканда, $\frac{1}{12}$ бөлүккө азаят.

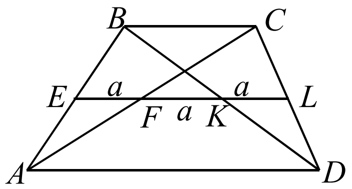
Жообу: $\frac{1}{12}$ бөлүккө.

10-маселе.

Эгерде трапециянын диагоналдары анын орточо сызыгын үч бирдей кесиндиге бөлсө, анда бул трапециянын чоң негизинин узундугунун анын кичине негизинин узундугуна болгон катышы канчага барабар болот?

Чыгарылышы.

Мейли, $EF = FK = KL = a$.



ABC үч бурчтугунун орто сызыгы – EF, ACD үч бурчтугунун орто сызыгы – FL.
Үч бурчтуктун орто сызыгы жөнүндөгү теоремага ылайык,
$BC = 2 \cdot EF = 2a,\ AD = 2 \cdot FL = 4a.$

Демек, $AD : BC = 2.$

Жообу: 2.

11-маселе.

Олимпиаданын уюштуручуларынын көңүлүнө!

Математика боюнча кыргыз тилиндеги **№11 тапшырмада** ката кеткендигине байланыштуу, математика боюнча райондук олимпиадага катышкан ар бир окуучуга, кыргыз тилинде же орус тилинде жазганына карабастан, **бул тапшырма үчүн бир упай берилет**.

12-маселе.

Бардык цифралары ар башка, ал эми цифраларынын көбөйтүндүсү 60ка барабар эң чоң натуралдык санды жазгыла.

Чыгарылышы.

$60 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 1 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5.$

Изилденген сан беш орундуу болушу мүмкүн эмес, анткени, маселенин шарты боюнча, сандын цифралары ар башка. Бардык мүмкүн болгон төрт орунду сандардын эң чоңу – 6521.

Жообу: 6521.

13-маселе.

$tg15^0 + ctg15^0 =$

Чыгарылышы.

$$tg15^0 + ctg15^0 = \frac{\sin^2 15^0 + \cos^2 15^0}{\sin 15^0 \cdot \cos 15^0} = \frac{2}{2\sin 15^0 \cdot \cos 15^0} = \frac{2}{\sin 30^0} = 4.$$

Жообу: 4.

14-маселе.

Үч сандын геометриялык орточосу 6га барабар. Эгерде ушул сандардын экөөсүнүн геометриялык орточосу 3кө барабар болсо, анда үчүнчү сан канчага барабар?

Чыгарылышы.

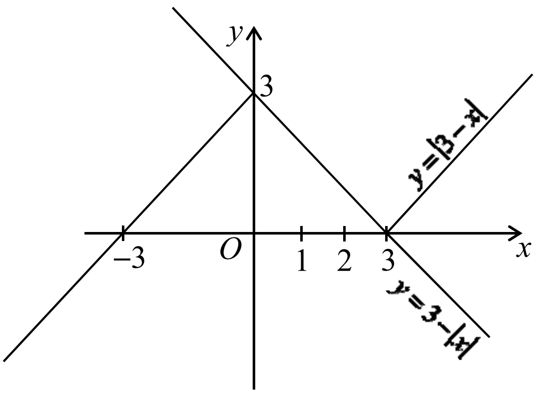
$$\sqrt[3]{x \cdot y \cdot z} = 6,\ \sqrt{x \cdot y} = 3,\ x \cdot y = 9,$$
$$\sqrt[3]{9 \cdot z} = 6,\ z = 24.$$

Жообу: 24.

15-маселе.

$|3 - x| = 3 - |x|$ теңдемеси канча бүтүн сандык чыгарылышка ээ?

Чыгарылышы.



$x \in [0;3]$ шартында $y = |3 - x|$ жана $y = 3 - |x|$ функцияларынын графиктери дал келет.

Демек, $|3 - x| = 3 - |x| \Leftrightarrow x \in [0;3]$.

Теңдеменин 4 бүтүн сандык чыгарылышы бар: 0; 1; 2; 3.

Жообу: 4.

16-маселе.

Эгерде $2^x \cdot 5^y = 80,\ 2^y \cdot 5^x = 125$ болсо, анда $x + y =$

Чыгарылышы.

$$\left.\begin{aligned} 2^x \cdot 5^y &= 80 \\ 2^y \cdot 5^x &= 125 \end{aligned}\right| \times$$

$$10^{x+y} = 10000,\ x + y = 4.$$

Жообу: 4.

17-маселе.

$$\left|5-\sqrt{10}\right| + \left|2-\sqrt{10}\right| =$$

Чыгарылышы.

$5-\sqrt{10} > 0,\ 2-\sqrt{10} < 0,$ демек, $\left|5-\sqrt{10}\right| + \left|2-\sqrt{10}\right| = 5-\sqrt{10}+\sqrt{10}-2 = 3.$

Жообу: 3.

18-маселе.

$\left(5-9x-2x^2\right)\cdot\sqrt{6-x-2x^2} = 0$ теңдемесинин тамырларынын суммасы канчага барабар?

Чыгарылышы.

$$\left(5-9x-2x^2\right)\cdot\sqrt{6-x-2x^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6-x-2x^2 = 0, \\ \begin{cases} 5-9x-2x^2 = 0, \\ 6-x-2x^2 \ge 0, \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=1,5, \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-5, \\ x=0,5, \end{array}\right. \\ 6-x-2x^2 \ge 0, \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+x-6 \le 0, \\ \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=1,5, \\ x=-5, \\ x=0,5, \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le 1,5, \\ \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=1,5, \\ x=-5, \\ x=0,5, \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=1,5, \\ x=0,5. \end{array}\right.$$

$$-2+0,5+1,5=0.$$

Жообу: 0.

19-маселе.

Квадраттын жагынын узундугу 20 пайызга узартылды. Квадраттын аянты канча пайызга көбөйдү?

Чыгарылышы.

Жагы a болгон квадраттын аянты a^2 ка барабар. Жагынын узундугун 20%га көбөйткөндө, анын узундугу $1,2a$ га, квадраттын аянты $1,44a^2$ ка барабар болуп калды.

Демек, квадраттын аянты 44%га көбөйдү.

Жообу: 44%га

20-маселе.

Пирамиданын бардык каптал грандары анын негизинин тегиздигине 60^0 бурчунда жантайып турат. Пирамиданын негизинин аянты Sке барабар. Бул пирамиданын толук бетинин аянтын тапкыла.

Чыгарылышы.

$$S = S_{тол.} + S_{кап.} = \frac{S_{нег.}}{\cos 60^0} + S_{нег.} = 2S + S = 3S.$$

Жообу: 3S.

21-маселе.

Үч эркек баланы жана эки кызды скамейкага эки эркек бала катар отурбагандай кылып отургузуш керек.

Аларды канча жол менен отургузуу мүмкүн?

Чыгарылышы.

Орундар төмөнкү жол менен алмашып турушу керек: Э К Э К Э (Э – эркек бала үчүн орун, К – кыз үчүн орун). Эркек балдарды бул орундарга $3!$ жол менен, ал эми кыздарды $2!$ жол менен отургузса болот. Көбөйтүндүнүн эрежеси боюнча, үч эркек бала менен эки кызды скамейкага эки эркек бала катар отурбагандай кылып отургузуунун бардыгы болуп $(3!)\cdot(2!) = 6 \cdot 2 = 12$ жолу бар.

Жообу: 12.